УДК 004.021; 004.023; 519.17
doi:10.21685/2072-3040-2022-2-3

О графовой модели для задач рефлектометрии и некоторых алгоритмах их решения. Часть I. Постановка задачи и подходы к алгоритмизации

Б. Ф. Мельников[1], Ю. Ю. Терентьева[2]

[1,2]Центр информационных технологий и систем органов исполнительной власти, Москва, Россия

bormel@mail.ru, terjul@mail.ru

Аннотация. *Актуальность и цели.* Актуальность рассматриваемой предметной области обусловлена прежде всего необходимостью минимизации стоимости так называемых рефлектометров при имеющемся ограничении на условие тотального мониторинга волоконно-оптических кабелей. Подобные задачи возникают при проектировании и/или модернизации сети связи, причем они особенно важны в тех ситуациях, когда сеть связи имеет очень большую размерность. Целью является исследование возможности применения метода ветвей и границ в нескольких схожих постановках задачи рефлектометрии. *Материалы и методы.* Применены эвристические алгоритмы искусственного интеллекта и дискретной оптимизации, объединенные в единый программный пакет, а также статистические методы анализа алгоритмов. *Результаты.* Результатами являются закономерности, полученные при применении жадной эвристики и вариантов метода ветвей и границ при решении задач рефлектометрии. *Выводы.* Были предложены алгоритмы, описывающие улучшение метода ветвей и границ с помощью подключения к нему различных вспомогательных эвристик. Однако полученное временно́е улучшение среднего времени работы этого алгоритма в рассмотренной нами прикладной задаче – по сравнению с жадным алгоритмом – очень невелико, это позволяет сделать предварительные выводы о том, что в задачах рефлектометрии достаточным является применение простейших жадных алгоритмов.

Ключевые слова: эвристические алгоритмы, задачи дискретной оптимизации, модели теории графов, жадный алгоритм, метод ветвей и границ

Для цитирования: Мельников Б. Ф., Терентьева Ю. Ю. О графовой модели для задач рефлектометрии и некоторых алгоритмах их решения. Часть I. Постановка задачи и подходы к алгоритмизации // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. 2022. № 2. С. 28–39. doi:10.21685/2072-3040-2022-2-3

On a graph model for reflectometry issues and some algorithms for their solution. Part 1. Issue statement and approaches to algorithmics

B.F. Mel'nikov[1], Yu.Yu. Terent'eva[2]

[1,2]Centre of Information Technologies and Systems for Executive Authorities, Moscow, Russia

bormel@mail.ru, terjul@mail.ru

Abstract. *Background.* The relevance of the subject area under consideration is primarily due to the need to minimize the cost of so-called reflectometers, with the existing restriction on the condition of total monitoring of fiber-optic cables. Similar tasks arise when designing and / or upgrading a communication network, and they are especially important in situations where the communication network has a very large dimension. The purpose of the research is to study the possibility of using the method of branches and boundaries in some similar formulations of the problem of reflectometry. *Materials and methods.* The research uses heuristic algorithms of artificial intelligence and discrete optimization, combined into a single software package, as well as statistical methods for analyzing algorithms. *Results.* The results are regularities obtained by applying the greedy heuristics and the version of the method of branches and boundaries in solving problems of reflectometry. *Conclusions.* Algorithms have been proposed describing the improvement of the branch and boundary method by connecting various auxiliary heuristics to it. However, the obtained temporary improvement in the average operating time of this algorithm in the applied problem we have considered, compared to the greedy algorithm, is very small, and this allows us to draw preliminary conclusions that the use of the simplest greedy algorithms is sufficient in reflectometry problems.

Keywords: heuristic algorithms, discrete optimization problems, graph theory models, greedy algorithm, method of brancahes and boundaries

For citation: Mel'nikov B.F., Terent'eva Yu.Yu. On a graph model for reflectometry issues and some algorithms for their solution. Part 1. Issue statement and approaches to algorithmics. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Fiziko-matematicheskie nauki = University proceedings. Volga region. Physical and mathematical sciences.* 2022;(2):28–39. (In Russ.). doi:10.21685/2072-3040-2022-2-3

Введение

В настоящей статье мы:

- рассматриваем достаточно актуальную задачу рефлектометрии[1];
- предлагаем для нее графовую модель;
- приводим несколько возможных алгоритмов решения задачи в рамках предложенной модели;
- приводим краткие результаты первых проведенных вычислительных экспериментов;
- а также – на основе этих результатов – делаем выводы о возможном применении этих алгоритмов; пока это предварительные выводы.

В этой работе мы рассматриваем тему рефлектометрии оптических волокон сети связи, связанную с выявлением участков волоконно-оптического кабеля, которые могут быть изменены в результате воздействия внутренних или внешних дестабилизирующих факторов. В рамках этой темы рассматривается конкретная задача – задача оптимального размещения рефлектометров на объектах сети.

Настоящая статья продолжает тематику работ [1–5]. Будем без дополнительных пояснений пользоваться описанной в этих работах терминологией, а также терминами, введенными непосредственно в них («правая (под)задача», «левая (под)задача», «последовательность правых подзадач» и др.)[2]. Мы продолжаем рассмотрение применения метода ветвей и границ

[1] Согласно Википедии и многим сайтам на ее основе «рефлектометрия – это технология, позволяющая определять различные характеристики исследуемой среды по отражению отклика сигнала: поверхности (например, определение коэффициентов отражения и поглощения) или объемной среды (например, изучение распределения неоднородностей в оптическом волокне)».

[2] См. также приведенные в них ссылки.

(МВГ) (точнее, его расширения, ранее названного нами *мультиэвристическим подходом*) в самых различных задачах дискретной оптимизации. При этом мы к «обычным» вариантам метода ветвей и границ добавляем несколько вспомогательных эвристических алгоритмов, которые почти одинаково реализуются в различных предметных областях. Однако, в отличие от всех остальных предметных областей, здесь мы в процессе вычислительных экспериментов *не получили* какого-либо приемлемого выигрыша от применения метода ветвей и границ – вследствие чего делаем *предварительное* заключение о том, что в рассматриваемой предметной области более удачными являются самые простые (жадные) алгоритмы.

Настоящая часть I содержит общее описание нескольких вариантов постановки рассматриваемой задачи и основных подходов к ее алгоритмизации; она включает разделы 1–5. В разделе 1 мы рассматриваем актуальность темы и, в частности, приводим несколько связанных предметных областей, в которых возможны рассматриваемые здесь задачи. Раздел 2 посвящен неформальному описанию рассматриваемой в статье задачи дискретной оптимизации, а формальная графовая модель для одного из возможных упрощенных вариантов приведена в разделе 3. В разделе 4 также формально описан жадный алгоритм решения одной из рассматриваемых задач – причем с несколькими разными возможностями для целевой функции. В разделе 5 приведены варианты решения задачи методом ветвей и границ и особенности этих алгоритмов в рассматриваемой задаче. Специально отметим, что мы рассматривали несколько вариантов МВГ, условия выполнения которых могут быть упорядочены «от более жестких» (где однажды выполненное действие не может быть отменено, по крайней мере на рассматриваемой ветви вычислений) к «менее жестким».

Разделы 6–8 включены в часть II «Подход к программной реализации». В разделе 6 приведено краткое описание программной реализации, рассмотрены алгоритмы генерации входных данных для проведения вычислительных экспериментов: в отличие от большинства рассматривавшихся нами ранее прикладных задач дискретной оптимизации, здесь такая генерация – одна из основных составляющих всей рассматриваемой задачи (и предмета настоящей статьи). В разделе 8 приведены краткие результаты вычислительных экспериментов – и сто́ит отметить, что в реальности временно́е улучшение МВГ по сравнению с жадным алгоритмом ни разу не превысило 6 %. В заключении приводим предварительные выводы о сравнительной эффективности рассматриваемых для задач рефлектометрии алгоритмах.

1. Актуальность темы

Актуальность рассматриваемой предметной области обусловлена прежде всего необходимостью минимизации стоимости так называемых рефлектометров при имеющемся ограничении на условие тотального мониторинга волоконно-оптических кабелей. Решения конкретных задач дискретной оптимизации, возникающих в предметной области, должны содержать:

• подмножество объектов сети связи, на которых следует размещать рефлектометры,

• указание конкретного типа рефлектометра на объекте, технические характеристики которого являются параметрами, влияющими на формирование вышеупомянутого подмножества.

Подобные задачи возникают при проектировании и/или модернизации сети связи, причем они особенно важны в тех ситуациях, когда сеть связи имеет очень большую размерность[1]. Поиск возможных *практических алгоритмов* решений этой задачи, являющейся NP-сложной[2], и составляет предмет настоящей статьи.

Таким образом, рассматриваемая здесь чисто инженерная задача имеет существенную математическую составляющую, поскольку при больших размерностях сети связи поиск точного решения становится невозможным и требует исследования в первую очередь подходов к решению, включающих эвристические алгоритмы, синтез классических алгоритмов поиска на графах и т.п., а также разработку самих алгоритмов решения с их апробацией и проведением вычислительных экспериментов.

Важно отметить, что математическая постановка задачи, возникшей из проблемы оптимального размещения рефлектометров на сети связи, может быть использована *и для другой* не менее важной сетевой задачи – задачи оптимального размещения ремонтных бригад (и необходимого запасного оборудования) на узлах связи; такую немного модифицированную формулировку мы предполагаем рассмотреть в дальнейших публикациях.

2. Неформальное описание задачи

Перейдем к *неформальному* описанию рассматриваемой в статье задачи дискретной оптимизации. В виде неориентированного графа задана сеть связи, при этом, как и в других наших моделях [7–10], для каждой вершины графа задается пара ее координат[3]. Кроме того, заданы несколько видов «осветительных приборов» (далее – «лампы», причем без кавычек), а у каждого вида ламп имеется *мощность* (измеряемая в единицах *длины*) и *стоимость*; при будущем решении можно использовать неограниченное количество ламп каждого вида. Мы должны поместить некоторые лампы в некоторые вершины графа с целью оптимизации значения специальной *целевой функции* (о которой скажем далее).

Во всех моделях, рассматриваемых в статье, мы считаем, что помещенная в вершину лампа освещает все вершины, находящиеся на расстоянии, не превышающем мощности этой лампы[4] (среди освещенных вершин и сама

---

[1] Мы пока рассматривали размерности (число вершин графа – узлов сети связи) не превышающие 1000. Однако уже сейчас представляют интерес размерности, бóльшие на порядок, а в ближайшей перспективе – еще на один порядок, т.е. до 100 000.

[2] NP-сложность этой задачи доказывать не будем. Очевидно, что по терминологии [6] она является трудной (hard).

[3] Исключением является лишь [11], где рассматривается оптимизационная задача на графе без привязки вершин последнего к координатам.

[4] Все расстояния считаются «с точки зрения графов»: это (минимальная) сумма длин *имеющихся в графе* ребер, которые вместе образуют путь между двумя рассматриваемыми вершинами.

В связи с последним – возможно, может показаться спорным термин «освещение»: ведь, согласно имеющимся у нас представлениям «о природе вещей», свет распространяется прямолинейно. Однако, во-первых, мы уже отмечали, что рассматриваем модель оптико-волоконной связи; во-вторых, с нашей точки зрения, очень удачной была бы замена термина «освещение» на близкое по написанию слово «освящение» (чего мы делать всё-таки пока не будем): ведь можно сказать, что именно «святость» передается не далее расстояния, высчитываемого с точки зрения графов.

вершина, в которую эта лампа помещена). Поместить же лампу в вершину (лампу выбираемого нами типа в выбираемую нами вершину графа) можно в процессе решения задачи.

Полная постановка задачи включает некоторое множество вершин графа, в которые лампы помещать запрещено[1]. Согласно терминологии, применявшейся в наших предыдущих статьях по применению МВГ в задачах дискретной оптимизации (некоторые ссылки были приведены выше), такие вершины можно назвать «табуированными»; однако этот термин надо отнести даже не к некоторым вершинам, а к парам (вершина, лампа) – впрочем, это не принципиально.

Само выполнение задачи зависит от целевой функции; она обычно заключается в том, что необходимо осветить максимально возможное число вершин[2], а среди размещений ламп, освещающих такое максимально возможное число вершин, нужно выбрать множество вершин, имеющих минимальную стоимость. При этом возможны многочисленные варианты целевой функции: например, какая-либо линейная комбинация числа вершин и суммарной стоимости освещения[3] либо вариант, как-то зависящий от времени выполнения[4], и т.п. (Забегая вперед, отметим, что любой такой вариант при описании общего алгоритма МВГ и его программной реализации может являться критерием упорядочивания имеющихся подзадач в массиве указателей на эти подзадачи.)

3. Формальная графовая модель

Терминология теории графов согласована с работами [12, 13].

Формальную модель приведем для одного из возможных упрощенных вариантов, когда:

– вершины графа, в которые лампы помещать запрещено, отсутствуют;

– все вершины необходимо осветить;

– целевая функция выбирается как минимум стоимости использованных ламп.

Формулировка проблемы

Входные данные:

• неориентированный граф $G=(V,E)$; считаем, что $V=\{v_1,v_2,\ \ldots,v_m\}$, $E=\{e_1,e_2,\ \ldots,e_n\}$;

• по 2 координаты для каждой из вершин множества V, определяющие вершину графа как точку единичного квадрата, т.е.

[1] Заранее заметим, что при проведении описанных далее вычислительных экспериментов мы такие ограничения не использовали – хотя в наших программах (структурах данных) возможность подобных ограничений имеется.

[2] При отсутствии вершин графа, в которые лампы помещать запрещено, необходимо осветить все вершины.

[3] При этом такие значения входят в целевую функцию с разными знаками.

[4] Обычно в наших предыдущих вариантах применения МВГ ограничение на время задавалось заранее и применялся так называемый незавершенный МВГ (truncated BBM). С этим вариантом использования МВГ была связана, например, желательность построения так называемой последовательности правых задач, также отраженная в предыдущих публикациях. Однако в настоящей статье мы этот момент не рассматриваем.

$$(\forall i \in 1,\ 2,\ \ldots, m)\ (X(i) \in [0,1], Y(i) \in [0,1])\ ;$$

при этом в программе представлять координаты мы будем целыми числами – от 0 до 10^6 (10^6 соответствует значению 1);

• k видов ламп, для каждой имеется мощность (длина освещения) $Dlin(i)$ и стоимость $Cost(i)$, обе функции заданы $\forall i \in \{1,\ 2,\ \ldots, k\}$.

Вспомогательное определение расстояния между вершинами v_i и v_j: минимальная длина пути по ребрам графа между этими вершинами, где длина ребра вычисляется обычным геометрическим образом:

$$\rho\left(v_i,\ v_j\right) = \left(\left(X(i) - X(j)\right)^2 + \left(Y(i) - Y(j)\right)^2\right)^{1/2}\ ;$$

формула верна, когда $(\exists e \in E)\ (e = \{v_i, v_j\})$, но и при невыполнении такого условия определенное здесь расстояние между вершинами v_i и v_j будем обозначать так же $\rho(v_i, v_j)$.

Промежуточное решение: таковым для $i \in \{1,\ 2,\ \ldots, m\}$ является отображение $K : i \to \{0,1,2,\ldots,k\}$; при этом любое положительное число (в качестве значения *K*) означает номер помещенной в вершину лампы, а 0 – отсутствие таковой.

Стоимость промежуточного решения:

$$\sum_{i \in \{1,\ 2,\ \ldots, m\}} \mathrm{Cost}(K(i))\ .$$

Допустимое решение: таковым является любое промежуточное решение, в котором все вершины освещены; вершина *v* является освещенной тогда и только тогда, когда

$$\left(\exists i \in \{1,\ 2,\ \ldots,\ m\}\right)\ \left(\rho\left(v,\ v_i\right) \leqslant Dlin\left(K\left(i\right)\right)\right);$$

при этом допускаем вариант $v_i = v$.

Выход: (псевдо)оптимальное размещение (как допустимое решение) – для которого минимизируется стоимость. □

Понятно, что приведенная формулировка может рассматриваться:

• и как задача поиска оптимального решения;

• и как задача поиска псевдооптимального решения, например, при наличии заранее заданных временны́х ограничений.

4. Жадный алгоритм решения задачи

Простейшая целевая функция жадного алгоритма, которую мы используем в приведенном ниже алгоритме, заключается в оценке числа вновь освещаемых вершин.

Формулировка жадного алгоритма

Входные данные, выходные данные: совпадают с входными и выходными данными формулировки проблемы, приведенной в разделе 3.

Метод.

Шаг 0. Инициализация: в качестве промежуточного решения задаем отображение $K(i) = 0$ для каждого $i \in \{1,2,\ldots,m\}$.

Шаг 1. Если рассматриваемое промежуточное решение является допустимым, то выход из алгоритма с ним в качестве ответа.

Шаг 2. Выбор некоторого i из множества $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$ такого, что $K(i) = 0$; для него – выбор некоторого j из множества $j \in \{0, 1, 2, \ldots, k\}$; при этом выбор пары (i, j) осуществляется таким образом, чтобы максимизировать значение $N / \mathrm{Cost}(j)$, где N – количество *вновь освещенных* вершин при помещении в i-ю вершину j-й лампы[1].

Шаг 3. В случае отсутствия возможности выбора пары (i, j) на шаге 2[2] – выход из алгоритма с имеющимся промежуточным решением в качестве ответа.

Шаг 4. Добавление выбранной пары в промежуточное решение (т.е. присваивание $K(i) = j$) и переход на шаг 1. □

В оставшихся разделах статьи (в том числе в части II) целевую функцию считаем заданной (т.е. считаем, что она сформулирована на шаге 2 приведенного алгоритма) и специально говорить про ее определение не будем; однако, как уже было отмечено, мы рассмотрим ее реализацию.

5. Варианты решения задачи методом ветвей и границ и особенности этих алгоритмов в рассматриваемой задаче

Сразу отметим, что при реализации метода ветвей и границ и в процессе вычислительных экспериментов мы рассматривали несколько вариантов:

- вариант, не использующий МВГ, т.е. фактически просто жадный алгоритм;
- вариант «с простым МВГ», т.е. можно производить присваивание $K(i) = j$ (для некоторых возможных согласно условию задачи i и j); это присваивание для рассматриваемой задачи выполняется в ее правой подзадаче, запрещается в ее левой подзадаче[3], при этом в правой подзадаче оно остается неизменным до конца ее обработки;
- вариант «со сложным МВГ» – мы допускаем возможность последующей[4] замены лампы на более яркую (но не на менее яркую);
- вариант «с очень сложным МВГ» – мы допускаем возможности последующей замены лампы как на более яркую, так и на менее яркую[5].

---

[1] Это значение числителя N можно «записать в виде формулы» – однако мы этого делать не будем. Подробно вычисление такого значения N будет прокомментировано в части II.

[2] Мы оставляем этот шаг – хотя именно для такого описания постановки задачи и рассматриваемого алгоритма такое отсутствие выбора невозможно. А поэтому в нашем варианте ответом всегда будет некоторое допустимое решение (а не просто промежуточное решение). Однако все это возможно в других похожих ситуациях – в связи с чем мы и оставляем описание шага 3.

[3] Согласно терминологии наших предыдущих публикаций это присваивание в левой подзадаче является табуированным разрешающим элементом.

[4] То есть при дальнейшей работе МВГ *на этой ветви вычислений*.

[5] Такая замена действительно может иметь смысл: в процессе формирования промежуточного решения может возникнуть такая ситуация, когда «рядом» все уже освещено и при этом, в отличие от результатов предварительных вычислений, проведенных с помощью жадной эвристики, «менее яркой» лампы в рассматриваемой вершине достаточно.

Сразу отметим, что здесь при реализации (при представлении структур данных) имеется *три* [1] варианта наличия лампы для будущего шага МВГ:

- «есть» (такая лампа),
- «нет» (такой лампы),
- «запрещена» (такая лампа).

Впрочем, это замечание в большей степени относится к части II настоящей статьи.

Также повторим отмеченное во введении краткое описание всех приведенных вариантов. Можно сказать, что мы рассматриваем несколько вариантов МВГ, условия выполнения которых могут быть упорядочены «от более жестких», в которых однажды выполненное действие не может быть отменено, по крайней мере на рассматриваемой ветви вычислений, – к «менее жестким».

Теперь приведем формальное описание одного из таких алгоритмов МВГ.

Формулировка простого варианта метода ветвей и границ[2,3]

Входные данные, выходные данные: совпадают с входными и выходными данными формулировки проблемы, приведенной в разделе 3.

Метод.

Шаг 0. Инициализация, состоящая из следующих действий:

- Создать список подзадач, состоящий из единственной подзадачи; в этой исходной подзадаче задаем отображение $K(i)=0$ для каждого значения $i \in \{1,2,\ldots,m\}$; отметим, что это отображение можно также рассматривать как некоторое промежуточное решение.
- Создать текущее псевдооптимальное решение – совпадающее с таким промежуточным решением.

Шаг 1. Если список подзадач пуст[4], то выход из алгоритма с ответом, являющимся текущим псевдооптимальным решением.

Шаг 2. Выбор первой подзадачи из имеющегося списка (и исключение ее из списка). Будем называть выбранную подзадачу текущей, обозначая при необходимости *T*.

Шаг 3. Построение на основе подзадачи *T* ее правой подзадачи (в новом сегменте памяти), пусть это $T_{\text{п}}$, и одновременная модификация подзадачи *T* как ее левой подзадачи, пусть это $T_{\text{л}}$. Правая подзадача строится на основе описанной выше жадной эвристики и, аналогично алгоритму из раздела 4, применяется на этом шаге один раз.

При этом каждая из новых подзадач, $T_{\text{п}}$ и $T_{\text{л}}$, может оказаться вырожденной, в этом случае на следующих шагах алгоритма она рассматриваться не будет.

---

[1] А не 2, как обычно.

[2] «Простым» он был назван в этом разделе выше.

[3] Отметим еще, что в описанной формулировке алгоритма МВГ мы *не применяем* вспомогательного алгоритма построения последовательности правых подзадач, которую мы уже упоминали выше.

[4] Либо при выполнении какого-то другого условия останова. В первую очередь таким возможным условием останова является превышение заранее заданных временны́х ограничений, но возможны и другие варианты.

Шаг 4. Если $T_{\text{П}}$ имеет «малую размерность»[1], то выполнение ее окончательного переборного решения. Если при этом полученное решение лучше текущего псевдооптимального, то замена текущего псевдооптимального решения на вновь полученное.

Если же «малая размерность» не наблюдается, то добавление $T_{\text{П}}$ в список подзадач; при этом упорядочивание списка идет согласно критерию, являющемуся специальной модификацией жадной эвристики.

Шаг 4'. Повторение шага 4 – для подзадачи $T_{\text{Л}}$ вместо $T_{\text{П}}$.

Шаг 5. Переход на шаг 1. □

В заключение раздела отметим, что здесь мы – из-за ограничений на объем статьи – не имеем возможности подробно описать *дополнительные* эвристики, добавляемые к приведенному общему описанию алгоритма метода ветвей и границ. Поэтому перечислим их очень кратко – подробности см., например, в [3, 4, 7, 14–17].

- Предварительная формулировка нескольких вариантов выбора разрешающего элемента[2]; после этого выбор одного из них – для непосредственного использования в алгоритме МВГ – путем дополнительного применения функций риска, в том числе динамически генерируемых.
- Кластеризация ситуаций (подзадач) – т.е. в некоторых случаях отказ от подробного поиска разделяющего элемента применением жадного алгоритма[3] и выбор вместо такого поиска разделяющего элемента, найденного ранее в «похожей» ситуации[4].
- Предварительная «сортировка» элементов графа[5].

Рассматривать алгоритмы, связанные с задачами рефлектометрии, мы продолжим в части II настоящей статьи. В основном в ней будет приведен возможный подход к программной реализации описанных в части I алгорит-

---

[1] Здесь мы применяем общую стандартную терминологию метода ветвей и границ, многократно описанную в наших предыдущих публикациях. Применительно *к рассматриваемой нами задаче* это означает малое число еще не освещенных вершин. При этом конкретное определение «малого числа» зависит от конкретного варианта реализации алгоритма.

[2] В нашем случае можно считать, что имеется несколько различных вариантов жадного алгоритма, предназначенного для выбора очередной лампы.

[3] Мы во всех задачах дискретной оптимизации полагаем, что такие алгоритмы требуют относительно много времени.

[4] Ранее мы многократно отмечали, что «ухудшить» выполнение алгоритма подобные действия не могут: мы не теряем возможности применять какие-либо иные разделяющие элементы на других ветвях вычислений. А «улучшить» выполнение алгоритма подобные действия иногда могут. Конечно, *теоретически* здесь – как и в большинстве эвристических алгоритмов – ничего «доказать» невозможно, однако *на практике* временной выигрыш часто заметен.

[5] Здесь оптимальным вариантом *был бы* вспомогательный алгоритм такого расположения вершин графа (точек), при котором суммарное расстояние между соседними вершинами (плюс расстояние от последней до первой) было бы минимальным. Однако это – в чистом виде задача коммивояжера, она NP-трудная, поэтому в качестве «вспомогательной» ее использовать, конечно, нельзя, и поэтому мы иногда прменяем некоторые быстрые эвристические вспомогательные алгоритмы для такого первоначального расположения.

мов, а также результаты вычислительных экспериментов (которые, по-видимому, стоит назвать предварительными).

Список литературы

1. Melnikov B. Multiheuristic approach to discrete optimization problems // Cybernetics and Systems Analysis. 2006. Vol. 42, № 3. P. 335–341.
2. Мельников Б. Ф., Сайфуллина Е. Ф. Применение мультиэвристического подхода для случайной генерации графа с заданным вектором степеней // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. 2013. № 3. С. 70–83.
3. Мельников Б. Ф., Мельникова Е. А., Пивнева С. В., Давыдова Е. В. Кластеризация ситуаций в алгоритмах решения задачи коммивояжера и ее применение в некоторых прикладных задачах. Ч. I. Общее описание задач и алгоритмов // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. 2018. № 3. С. 36–51.
4. Мельников Б. Ф., Тренина М. А. Применение метода ветвей и границ в задаче восстановления матрицы расстояний между цепочками ДНК // International Journal of Open Information Technologies. 2018. Vol. 6, № 8. P. 1–13.
5. Мельников Б. Ф., Сайфуллина Е. Ф., Терентьева Ю. Ю., Чурикова Н. П. Применение алгоритмов генерации случайных графов для исследования надежности сетей связи // Информатизация и связь. 2018. № 1. С. 71–80.
6. Hromkovič J. Algorithmics for Hard Problems: Introduction to Combinatorial Optimization, Randomization, Approximation, and Heuristics. Berlin : Springer, 2004. 547 p.
7. Булынин А. Г., Мельников Б. Ф., Мещанин В. Ю., Терентьева Ю. Ю. Оптимизационные задачи, возникающие при проектировании сетей связи высокой размерности, и некоторые эвристические методы их решения // Информатизация и связь. 2020. № 1. С. 34–40.
8. Melnikov B. F., Terentyeva Y. Y. Building communication networks: on the application of the Kruskal's algorithm in the problems of large dimensions // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. Krasnoyarsk, Russian Federation, 2021. P. 12089.
9. Мельников Б. Ф., Терентьева Ю. Ю. Построение оптимального остовного дерева как инструмент для обеспечения устойчивости сети связи // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. 2021. № 1. С. 36–45.
10. Мельников Б. Ф., Терентьева Ю. Ю. Разработка больших сетей связи: оптимизационные проблемы и эвристики // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2021. Т. 17, № 1. С. 69–79.
11. Мельников Б. Ф., Стариков П. П., Терентьева Ю. Ю. Об одной задаче анализа топологии коммуникационных сетей // International Journal of Open Information Technologies. 2022. Vol. 10, № 6. P. 1–8.
12. Харари Ф. Теория графов. М. : Мир, 1973. 301 с.
13. Дистель Р. Теория графов. Новосибирск : Изд-во Института математики, 2002. 336 с.
14. Мельников Б., Радионов А. О выборе стратегии в недетерминированных антагонистических играх // Программирование. 1998. № 5. С. 55–67.
15. Мельников Б., Романов Н. Еще раз об эвристиках для задачи коммивояжера // Теоретические проблемы информатики и ее приложений. 2001. № 8. С. 81–94.
16. Мельников Б. Ф., Мельникова Е. А. Кластеризация ситуаций в алгоритмах реального времени для задач дискретной оптимизации // Системы управления и информационные технологии. 2007. № 2 (28). С. 16–20.
17. Мельников Б. Ф., Пивнева С. В. Принятие решений в прикладных задачах с применением динамически подобранных функций риска // Вестник транспорта Поволжья. 2010. № 3 (23). С. 28а–33.

References

1. Melnikov B. Multiheuristic approach to discrete optimization problems. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2006;42(3):335–341.
2. Mel'nikov B.F., Sayfullina E.F. Application of a multiheuristic approach for random generation of a graph with a given degree vector. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Fiziko-matematicheskie nauki = University proceedings. Volga region. Physical and mathematical sciences*. 2013;(3):70–83. (In Russ.)
3. Mel'nikov B.F., Mel'nikova E.A., Pivneva S.V., Davydova E.V. Clustering situations in algorithms for solving the traveling salesman problem and its application in some applied problems. Part 1. General description of problems and algorithms. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Fiziko-matematicheskie nauki = University proceedings. Volga region. Physical and mathematical sciences*. 2018;(3):36–51. (In Russ.)
4. Mel'nikov B.F., Trenina M.A. Application of the branch and bound method in the problem of restoring the matrix of distances between DNA strands. *International Journal of Open Information Technologies*. 2018;6(8):1–13. (In Russ.)
5. Mel'nikov B.F., Sayfullina E.F., Terent'eva Yu.Yu., Churikova N.P. Application of algorithms for generating random graphs to study the reliability of communication networks. *Informatizatsiya i svyaz' = Informatization and communication*. 2018;(1):71–80. (In Russ.)
6. Hromkovič J. *Algorithmics for Hard Problems: Introduction to Combinatorial Optimization, Randomization, Approximation, and Heuristics*. Berlin: Springer, 2004:547.
7. Bulynin A.G., Mel'nikov B.F., Meshchanin V.Yu., Terent'eva Yu.Yu. Optimization problems arising in the design of high-dimensional communication networks and some heuristic methods for their solution. *Informatizatsiya i svyaz' = Informaion and communication*. 2020;(1):34–40. (In Russ.)
8. Melnikov B.F., Terentyeva Y.Y. Building communication networks: on the application of the Kruskal's algorithm in the problems of large dimensions. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. Krasnoyarsk, Russian Federation, 2021:12089.
9. Mel'nikov B.F., Terent'eva Yu.Yu. Building an optimal spanning tree as a tool for ensuring communication network stability. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Tekhnicheskie nauki = University proceedings. Volga region. Engineering sciences*. 2021;(1):36–45. (In Russ.)
10. Mel'nikov B.F., Terent'eva Yu.Yu. Designing large communication networks: optimization problems and heuristics. *Sovremennye informatsionnye tekhnologii i IT-obrazovanie = Modern information technologies and IT-education*. 2021;17(1):69–79. (In Russ.)
11. Mel'nikov B.F., Starikov P.P., Terent'eva Yu.Yu. On one problem of analysis of the topology of communication networks. *International Journal of Open Information Technologies*. 2022;10(6):1–8. (In Russ.)
12. Kharari F. *Teoriya grafov = Graph theory*. Moscow: Mir, 1973:301. (In Russ.)
13. Distel' R. *Teoriya grafov = Graph theory*. Novosibirsk: Izd-vo Instituta matematiki, 2002:336. (In Russ.)
14. Mel'nikov B., Radionov A. On the choice of strategy in non-deterministic antagonistic games. *Programmirovanie = Programming.* 1998;(5):55–67. (In Russ.)
15. Mel'nikov B., Romanov N. Once again on the heuristics for the traveling salesman problem. *Teoreticheskie problemy informatiki i ee prilozheniy = Theoretical issues of informatics and its applications*. 2001;(8):81–94. (In Russ.)
16. Mel'nikov B.F., Mel'nikova E.A. Situation clustering in real-time algorithms for discrete optimization problems. *Sistemy upravleniya i informatsionnye tekhnologii = Control systems and information technologies*. 2007;(2):16–20. (In Russ.)
17. Mel'nikov B.F., Pivneva S.V. Decision making in applied problems using dynamically selected risk functions. *Vestnik transporta Povolzh'ya = Bulletin of Volga region transport*. 2010;(3):28a–33. (In Russ.)

Информация об авторах / Information about the authors

Борис Феликсович Мельников
доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник, Центр информационных технологий и систем органов исполнительной власти (Россия, Москва, ул. Пресненский Вал, 19, стр. 1)

E-mail: bormel@mail.ru

Boris F. Mel'nikov
Doctor of physical and mathematical sciences, professor, principal researcher, Centre of Information Technologies and Systems for Executive Authorities (building 1, 19 Presnenskiy Val street, Moscow, Russia)

Юлия Юрьевна Терентьева
кандидат технических наук, начальник управления анализа и методологии совершенствования информационных телекоммуникационных систем, Центр информационных технологий и систем органов исполнительной власти (Россия, Москва, ул. Пресненский Вал, 19, стр. 1)

E-mail: terjul@mail.ru

Yuliya Yu. Terent'eva
Candidate of engineering sciences, head of the department of analysis and methodology for improving information telecommunication systems, Centre of Information Technologies and Systems for Executive Authorities (building 1, 19 Presnenskiy Val street, Moscow, Russia)

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов / The authors declare no conflicts of interests.

Поступила в редакцию / Received 07.06.2022

Поступила после рецензирования и доработки / Revised 21.06.2022

Принята к публикации / Accepted 07.07.2022